

PROGETTO DI CORSO DI ORIENTAMENTO

Il progetto che sarà chiamato nel seguito con il nome convenzionale "Cordor" (Corso di orientamento) mira allo scopo di aiutare gli studenti ad inserirsi nella scuola universitaria, particolarmente nel campo degli studi della Matematica. Tale progetto è rivolto a preparare i corsi di orientamento che sono stati previsti dai più recenti progetti di legge di riforma universitaria e d'altra parte appaiono opportuni in sé, anche prescindendo da ogni dettato legislativo, in vista delle condizioni obiettive della scuola italiana di oggi.

Il progetto mira dunque ad alleviare le difficoltà degli studenti che si avviano ai corsi universitari nei quali la matematica ha un ruolo prevalente, come gli studi di Matematica, di Fisica e di Ingegneria. Non è escluso tuttavia che tale progetto, opportunamente modificato, possa anche ispirare la soluzione di altri problemi didattici.

Il progetto Cordor è articolato in tre capitoli fondamentali che mirano a risolvere tre classi di problemi, trattati più diffusamente nel seguito, e che qui potremmo brevemente e genericamente indicare nel modo seguente: ·

**A)** Problemi che nascono dalla mancanza di sicurezza nell'uso del linguaggio proprio della Matematica (per esempio insicurezza sulle regole dell'Algebra elementare, sul maneggio delle funzioni trascendenti elementari e della Geometria elementare, ecc.).

**B)** Problemi che conseguono da una visione non esatta della Matematica e dei suoi procedimenti.

**C)** Problemi che conseguono da una non esatta valutazione delle proprie attitudini nei riguardi della Matematica in particolare o di Facoltà scientifiche in generale. Ovviamente i problemi qui prospettati sono molto complessi; pertanto la classificazione che ne abbiamo data è puramente indicativa, e non pretende di essere esaustiva; d'altra parte le distinzioni che verranno presentate nel seguito non significano affatto che le difficoltà dei vari problemi siano sempre separate tra loro.

## PARTE I - PROGETTO AZ (AZZERAMENTO) ·

La prima parte del progetto "Cordor", denominata convenzionalmente AZ (Azzeramento), si propone di affrontare le difficoltà che possono insorgere nei soggetti che scelgono lo studio della Matematica a livello universitario e che sono causate dalla mancanza di addestramento all'uso del linguaggio matematico. Si tratta quindi di una parte rivolta a mettere tutti gli studenti sullo stesso piano, "azzerando" le posizioni di partenza col fornire a ciascuno una certa indispensabile sicurezza nell'uso delle convenzioni del linguaggio matematico e una certa conoscenza delle funzioni elementari che sono state tabulate da secoli e sono entrate nell'uso con una certa posizione dominante (forse non interamente giustificata dalla natura delle cose).

Ad un primo esame i contenuti che dovrebbero essere conferiti nel corso della parte AZ del progetto "Cordor" potrebbero essere suddivisi nei seguenti capitoli:

AZ-1) Proprietà formali fondamentali dell'Algebra elementare. Ricapitolazione in sostanza delle proprietà dell'Algebra dei polinomi su un campo commutativo, proprietà, che per quanto vengano insegnate nelle prime classi del Liceo ed anche nelle classi della scuola media, non sono quasi mai manovrate con perfetta sicurezza, come insegna l'esperienza di chiunque abbia dovuto insegnare nei primi anni dei nostri corsi universitari.

AZ-2) Proprietà fondamentali del campo reale.

Ricapitolazione delle proprietà che caratterizzano il campo dei numeri reali, in quanto campo ordinato e continuo; le proprietà di ordinamento, e le proprietà di continuità, ivi compresa la proprietà della esistenza di un estremo superiore reale di un insieme quale si voglia di numeri reali, superiormente limitato.

AZ-3) Funzioni trascendenti elementari: esponenziale e logaritmo.

Guida alla manovra precisa e sicura delle funzioni trascendenti nominate, funzioni che sono state tabulate da secoli e che hanno certe proprietà formali; in particolare queste permettono di stabilire un isomorfismo tra l'insieme dei reali non nulli da una parte e l'insieme dei reali positivi dall'altra, rispetto alle operazioni rispettivamente di moltiplicazione e di addizione.

AZ-4) Geometria elementare.

Ricapitolazione delle proprietà fondamentali della Geometria elementare, intesa nel senso euclideo; in conseguenza della impostazione euclidea, sono da presupporre come concetti noti e primitivi il concetto di trasporto rigido e la relazione di congruenza tra figure che ne consegue.

AZ-5) Assiomi della Geometria

Analisi logico-psicologica dei gruppi di assiomi sui quali si può costruire la Geometria elementare e quindi ricapitolazione approfondita degli assiomi stessi.

AZ-6) Funzioni goniometriche elementari.

Ricapitolazione - il più possibile rapida ed essenziale - delle proprietà fondamentali delle funzioni goniometriche e del loro uso nella Geometria elementare, e guida all'uso delle tavole con appropriati esercizi, conseguenti ad una presentazione essenziale della teoria. Si osserva che, per i giovani liceali, le formule della Trigonometria costituiscono ancora, per una sorta di pregiudizio secolare, una specie di "Colonne d'Ercole" della matematica, che viene considerata come un coacervo

di formule, tra le quali difficilmente il giovane sa districarsi per quelle che sono le applicazioni più frequenti.

#### AZ-7) Applicazioni dell'Algebra alla Geometria.

Presentazione di queste applicazioni che, come è noto, venivano fatte una volta senza l'uso del metodo delle coordinate; oggi qualche elemento sui metodi delle coordinate è posseduto dai giovani che escono dai Licei; quindi si tratta soprattutto di dare il senso ed i limiti della cosiddetta "discussione" dei problemi elementari; discussione che ha un carattere formativo fino a che non diventa una sterile applicazione di metodi codificati, e che dovrebbe riacquistare tale carattere proprio nella ricerca del significato essenziale della applicazione degli algoritmi dell'Algebra elementare a certi contenuti, che si suppongono noti e che sono forniti dalla Geometria elementare.

#### AZ-8) Logica elementare e elementi di logica simbolica.

Breve rassegna degli strumenti della logica classica che vengono usati nella soluzione dei problemi di Geometria e di Algebra elementare, e che sono utilizzati ad un livello per così dire istintivo e non metodico. Quindi occorrerebbe fare una riflessione sui tipi di ragionamenti classici che sono utilizzati dall'allievo e sul vocabolario abituale che viene adottato: per esempio che cosa significhi condizione necessaria e condizione sufficiente, quale sia il significato del ragionamento per assurdo, ecc.

Per quanto riguarda l'applicazione del simbolismo alla logica, si potrebbero sviluppare delle riflessioni a proposito delle operazioni elementari sugli insiemi, cioè sul simbolismo insiemistico che oggi è quasi universalmente conosciuto e sui suoi significati logici, così come si potrebbe anche presentare qualche applicazione dei simboli del calcolo delle proposizioni, con esempi di deduzioni e di utilizzazione formale di questi strumenti.

\* \* \*

Per quanto riguarda i mezzi che si possono utilizzare per riuscire nell'intento di un "azzeramento" delle situazioni iniziali degli studenti, vorremmo ripetere anzitutto che l'oggetto del corso potrebbe essere descritto dicendo che si tratta di un "addestramento" all'uso di un certo linguaggio e della sua applicazione a certi contenuti che si presumono in parte o completamente già conosciuti.

Pertanto la situazione ideale dovrebbe essere data da un certo insieme di testi di istruzione programmata o di certi programmi ramificati di calcolatore, in guisa da poter dare la sicurezza nell'uso di certi strumenti elementari. È chiaro per esempio che il capitolo sui logaritmi potrà essere ripreso nei corsi Analisi Matematica ad un livello superiore, ma si pensa che anzitutto questo strumento di calcolo, pur non avendo più l'importanza che gli era attribuita dalla Matematica che potrebbe essere detta "classica", deve poter essere utilizzato con sicurezza e speditezza per non dare luogo ad inutili complessi di inferiorità, anche in giovani che presentano notevoli disposizioni per lo studio della Matematica superiore.

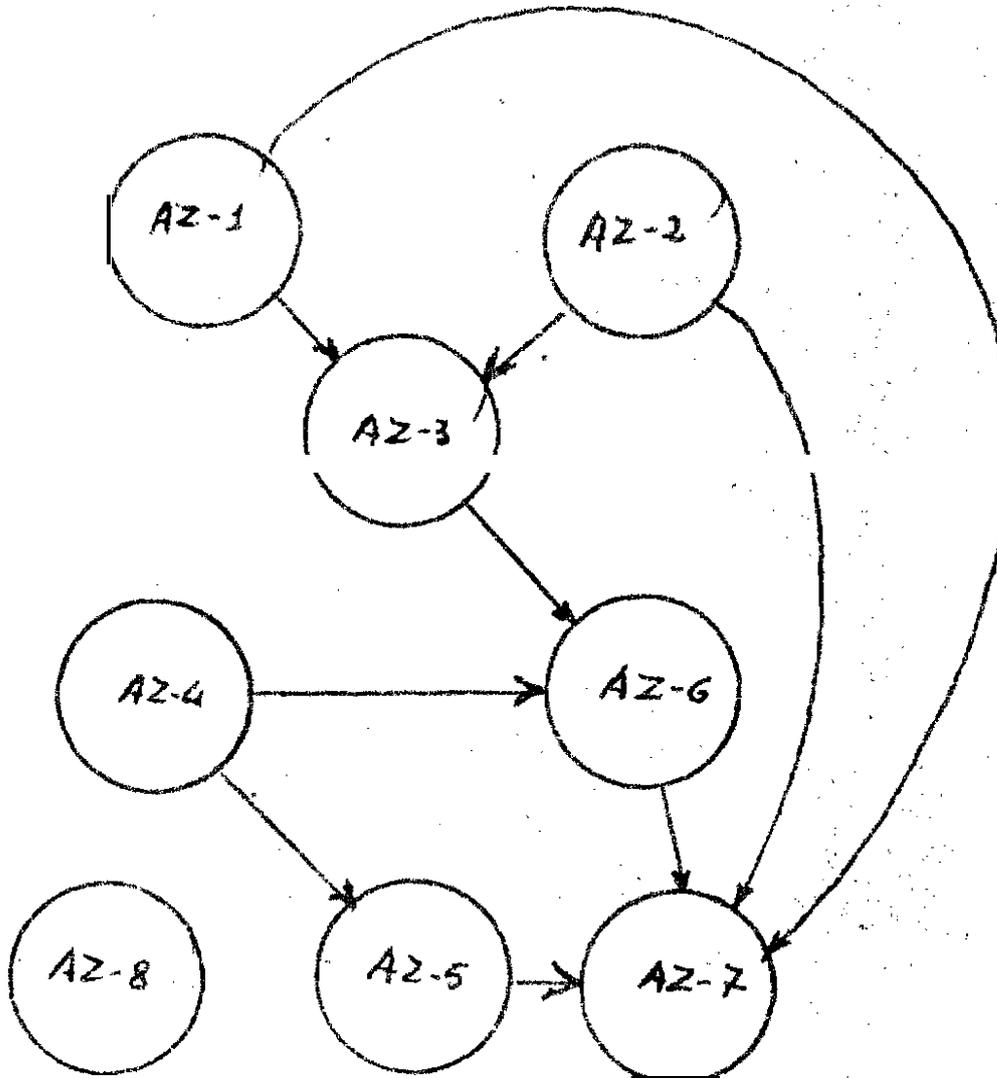
L'ideale pertanto a questo stadio si presenterebbe come un addestramento personalizzato e non come un corso di "ripasso" nel senso abituale del termine. Infatti si potrebbe presentare in particolare il caso di giovani che già posseggono questa sicurezza e che pertanto potrebbero essere puramente frastornati e annoiati da un corso cosiffatto.

\* \* \*

Il diagramma logico che si acclude è puramente indicativo delle connessioni dei vari capitoli tra loro e non pretende di imporre la successione cronologica degli sviluppi. Infatti alcuni capitoli potrebbero anche essere svolti "in parallelo", così da utilizzare gli sviluppi dell'uno per fornire i contenuti a quelli dell'altro. Pertanto il diagramma si presenta più come una

proposta di sistemazione che come una precettistica che pretenda di essere necessariamente osservata, pena la disorganizzazione di tutto il corso.

Ovviamente soltanto la esperienza di un corso cosiffatto potrà confermare la validità della proposta che viene fatta. Inoltre non è escluso che coloro i quali hanno la responsabilità. del corso stesso possano variare la successione cronologica della trattazione dei vari argomenti, a seconda della esperienza e della reazione delle varie scolaresche.



## PARTE II - PROGETTO IN (INTRODUZIONE)

In linea di massima e con espressioni molto approssimative, si potrebbe dire brevemente che la seconda parte del progetto "Cordor", denominata convenzionalmente IN (INTRODUZIONE), mira a dare un avviamento ed una introduzione allo studio della Matematica a livello superiore, una volta che sia stato tolto il complesso di inferiorità dovuto alla mancata sicurezza dell'uso della grammatica elementare del linguaggio matematico e si possa quindi passare ai contenuti ed ai metodi della Matematica. In altre parole si potrebbe anche dire che lo scopo principale della parte IN del progetto "Cordor" sarebbe quello di dare una esatta visione della Matematica, anche di quella elementare, dei suoi metodi, della sua struttura fondamentale, della psicologia dei suoi cultori.

Non si tratta quindi in alcun modo di dare una anticipazione dei corsi che l'allievo dovrà incontrare durante la sua carriera futura, perché così farebbe un lavoro inutile e certamente anche in qualche parte dannoso; si tratta invece di rimeditare in breve ciò che è già stato fatto e di motivare l'articolazione dei corsi universitari di Matematica, dando anche ai giovani una presentazione di questi, che li possa orientare nella scelta degli eventuali corsi che vogliono mettere nel loro "curriculum", e di presentare l'origine, storica in parte ma anche metodologica, della struttura attuale dei corsi Universitari di Matematica.

Pertanto pensiamo che la parte "IN" possa articolarsi in tre capitali principali: 1) Logica; 2) Modi per "fare" la Matematica; 3) Strutture fondamentali della Matematica moderna e loro rapporto con la Matematica di tutti i tempi.

### IN 1) Logica.

Il primo capitolo, che abbiamo indicato brevemente con "Logica", potrebbe considerare le questioni che riguardano la struttura logica della Matematica. Questo capitolo soltanto in alcuni aspetti, puramente esteriori, potrebbe essere accostato al capitolo AZ 8. Infatti là si trattava di dare un'idea della Metodologia logica essenziale della Matematica, dei suoi procedimenti classici e delle strutture formali della logica simbolica. Qui invece si tratta di presentare per es. il metodo assiomatico che appare la forma fondamentale sotto la quale si vuole costruire una teoria.

Si potrebbe per esempio presentare il passaggio che è avvenuto nella Geometria, dall'aspetto di un ramo della Matematica qualificato da certi "contenuti" a quello di scienza ipotetico - deduttiva. Si potrebbe anche chiarire il posto del tutto particolare che l'assioma tiene nella Matematica, facendo capire che per questo l'assioma non è la pretesa verità evidente che questo termine indica nel linguaggio comune, ma è invece una ipotesi che fonda la trattazione di una teoria.

Questa introduzione potrebbe offrire anche il destro per chiarire le nuove questioni che sono sorte quando la Matematica è stata impostata con il metodo assiomatico, questioni che non sorgevano quando gli assiomi o postulati venivano considerati semplicemente come dagli enunciati che riproducevano le verità "evidenti" osservate nel mondo. Le questioni di compatibilità degli assiomi, le questioni di logica e di fondamenti della Matematica che così vengono sfiorate potrebbero quindi formare oggetto di questa presentazione, in modo che l'allievo sia instradato alla visione matura e non più "ingenua" o "dogmatica" della Matematica.

### IN 2) Modi per "fare" la Matematica.

In collegamento con le questioni che sono state sfiorate nel capitolo precedente, si tratterebbe in questo capitolo di dare un'idea delle varie configurazioni psicologiche che i matematici presentano e quindi di quelli che potrebbero essere descritti come vari "modi per fare la Matematica". Occorrerebbe infatti far vedere che la Matematica concretamente non è sempre fatta con le formule e con le deduzioni, ma che la creazione matematica segue a volte delle vie che accettano la

intuizione, la rappresentazione spaziale (per quanto confusa e inesatta), la sperimentazione. Si tratta quindi anche di giustificare l'esistenza, nel "curriculum" della Matematica superiore, di certe materie che potrebbero essere considerate come definitivamente "sorpassate", ma che hanno ancora la loro ragione di essere, dato il modo concreto con il quale lavora il cervello umano.

Questi "modi per fare" hanno un loro fondamento storico e quindi una loro giustificazione nei vari tipi di matematici che storicamente hanno lasciato un segno nella storia della scienza, così come negli atteggiamenti e nelle mentalità particolari dei vari popoli che hanno coltivato la matematica.

IN 3) Strutture fondamentali della matematica moderna.

Si tratterebbe di presentare la problematica della Matematica più moderna, dallo sviluppo dell'Algebra (che una volta si chiamava "astratta") alla importanza sempre maggiore della Topologia.

Si potrebbe in questo capitolo presentare per esempio la impostazione Kleiniana della Geometria, gli sforzi per unificare le varie dottrine geometriche successivamente alla nascita nel secolo scorso delle varie "Geometrie"; si potrebbe anche dare un'idea del significato che la Geometria analitica ha per questa unificazione della continua comunicazione della intuizione geometrica e della deduzione con formalismi (dell'Algebra o dell'Analisi classica) che ha portato alla Matematica di oggi.

Si potrebbe infine dare una idea della importanza che la esistenza dei grandi mezzi di calcolo ha avuto per la visione che oggi si ha della Matematica.

\* \* \*

Ciò che è stato detto a proposito della parte IN del progetto "Cordor" è stato enunciato sotto forma di possibilità e di suggerimento. Infatti l'insieme delle cose che possono essere esposte è molto esteso e quindi le enunciazioni che precedono vogliono avere soltanto carattere esemplificativo. La realizzazione del progetto IN dovrebbe vedere la collaborazione di tutto il gruppo di matematici, perché pensiamo che proprio il confronto tra le varie mentalità, le varie esperienze scientifiche e i vari campi di lavoro potrà portare alla efficacia di tutto il progetto. Non è quindi possibile dettare degli argomenti in modo tassativo, né prescrivere i modi di realizzazione.

Vorremo tuttavia osservare che, nello spirito del progetto, è lecito anche presentare qualche idea a proposito della realizzazione. Pensiamo infatti che il progetto IN ponga una occasione ai docenti di prendere contatto con le scolaresche, per far loro conoscere i filoni fondamentali della ricerca matematica e per prendere coscienza della relativa mentalità, affinché l'insegnamento futuro possa avere la massima efficacia. Pertanto pensiamo che la realizzazione del progetto IN possa avvenire in due tempi:

un primo tempo dovrebbe constare del lavoro di presentazione degli argomenti, cioè dell'esposizione dei punti ai quali abbiamo accennato poco sopra, con una serie di discussioni del tipo di "Tavola rotonda", che potrebbero essere svolte da un gruppo di docenti (per esempio tre) che si alternano in brevi esposizioni e in successive discussioni e confronti delle rispettive posizioni. Non è necessario che le scolaresche siano presenti a queste discussioni, che pertanto potrebbero essere svolte con adeguata preparazione e presentate con opportuna regia per es. con apparecchi televisivi. Si potrebbe poi mettere a disposizione delle scolaresche la registrazione su nastro delle discussioni dei docenti; tali presentazioni potrebbero essere a disposizione dei discenti nelle date e nelle ore che a questi sono più comode e anche potrebbero essere ripetute.

In seguito poi i singoli docenti, se lo ritengono opportuno o se lo vogliono, potrebbero anche prendere contatto direttamente con le scolaresche e chiarire i dubbi, precisare le posizioni, rispondere alle domande, interagire insomma con

gli studenti ma in modo che risulterà forse più efficace di quello che si ha nella discussione che segue le "conferenze" di stile tradizionale.

Ripetiamo che non si tratta qui di prescrizioni e che soltanto l'esperienza condotta concretamente potrebbe confermare oppure vanificare la validità del tipo di progetto. Non è escluso infatti che alla classe studentesca questo tipo di presentazione possa apparire insolito e fastidioso, oppure che qualcuno invece possa apprezzare la novità del metodo e la intenzione rivolta al chiarimento ed alla presentazione del corso che i discenti debbono seguire nel loro "curriculum".

Non si escluda infine che, come si è annunciato, la parte IN del progetto "Cordor" possa anche servire concretamente a presentare i programmi e gli sviluppi dei singoli corsi che gli studenti frequenteranno, in modo da dar loro una visione del piano di studi più analitica di quanto non avvenga con le solite tecniche di presentazione (libretti di guida dello studente e altri).

### PARTE III - PROGETTO VAL (VALUTAZIONE).

La terza parte del progetto "Cordor", denominata convenzionalmente VAL (VALUTAZIONE), dovrebbe mirare a fornire a coloro che si apprestano a seguire un corso quadriennale o biennale di Matematica superiore, la possibilità di valutare le proprie attitudini nei riguardi della metodologia di studio e di lavoro.

Si tratta di un argomento che finora non è ancora stato affrontato, ma che forse vale la pena di considerare.

Ricordiamo infatti che la legge che ha dato una nuova struttura ai corsi di laurea in Matematica ed in Fisica prescrive che lo studente possa essere ammesso alla iscrizione del secondo anno di corso se ha superato almeno due dei tre esami di Algebra, Analisi Matematica, Geometria. Nello spirito di questa disposizione è fondamentale il pensiero che i giovani possano avere difficoltà di ambientamento nello studio superiore e nella nuova carriera che hanno intrapreso. Inoltre nello spirito di tutti i progetti di riforma che sono stati presentati in Parlamento c'è anche l'idea di orientare i giovani nella scelta e quindi anche nella valutazione precisa delle proprie attitudini e nella conoscenza delle difficoltà che li attendono nella carriera scelta.

Si potrebbe dire che il carattere di questa terza parte VAL del progetto CORDOR è - per così dire - ancora più sperimentale delle due precedenti, perché soltanto una esperienza concreta e lo studio delle statistiche conseguenti può dare indicazioni degne di considerazione.

Pertanto una volta di più ripetiamo che si tratta di proposte e di suggerimenti, che non vogliono in alcun modo prescrivere una strada univocamente determinata, ma vogliono soltanto presentare una problematica e discutere qualche mezzo per risolvere le questioni che vi si riferiscono.

A nostro parere le questioni che possono essere affrontate a proposito del progetto VAL potrebbero essere le tre seguenti:

#### VAL 1) La questione della valutazione psicologica.

Questa potrebbe essere affrontata con i test classici della psicologia, che portano a valutare lo IQ delle matricole.

Pare che sul mercato esistano molti di questi test di valore differente. Si potrebbe forse dire con una certa sicurezza che difficilmente esistono dei test che siano adatti a valutare le attitudini matematiche e comunque questi dovrebbero essere studiati da "équipes" di matematici e di psicologi.

L'utilizzazione di test dovrebbe essere fatta da psicologi e quindi tale utilizzazione pone certi problemi di personale agli istituti matematici delle università italiane, che non facilmente potrebbero essere risolti pienamente, date le condizioni di struttura che caratterizzano le università italiane oggi.

## VAL.2) Aspetti specifici.

La questione che si vorrebbe affrontare qui è di tipo leggermente diverso da quella che si tratta nel paragrafo precedente. Si tratterebbe di poter valutare lo spirito inventivo, la capacità di formalizzazione, la capacità di induzione, che più direttamente si riferiscono alla capacità di invenzione matematica oppure di risolvere problemi con spirito matematico, senza ricorso alle formule apprese oppure alla cultura matematica appresa nel curriculum scolastico precedente.

In mancanza di test specifici si potrebbe pensare alle "Gare Matematiche" le quali sono state svolte nel passato in numerose scuole medie italiane od alla analoga letteratura di "gare" che si sono svolte nel passato più o meno recente.

La difficoltà dell'escogitare problemi relativi a queste gare, come tutti sanno, sta nel dover prescindere dalla cultura dei gareggianti. Ma nel caso in esame si può presumere che questo divario di cultura tra i vari gareggianti non sia molto forte, perché si tratta in ogni caso di candidati alla iscrizione ai corsi di Matematica che hanno alle spalle un certo curriculum di studi più o meno uniforme, ma certo avente una base comune.

Tuttavia la formulazione di queste prove dovrebbe in linea di massima poter prescindere dalla cultura matematica precedente, per poter puntare principalmente sulla capacità di invenzione e sulle autonomia ed originalità intellettuale dei candidati.

## VAL 3) L'uso del calcolatore

La questione che si vorrebbe affrontare in questo paragrafo attiene alla costruzione di programmi e di metodologie che possano valersi dei calcolatori, in modo da rendere il più possibile automatiche le procedure di valutazione, tanto nelle prove considerate che nelle prove future del curriculum degli studi universitari.

A questo proposito è stato messo a punto il programma presso l'Istituto Matematico della Università di Milano.

\* \* \*

Ci rendiamo conto del fatto che l'utilizzazione e la realizzazione del programma VAL può essere oggetto di contestazione da parte della classe studentesca, che potrà attribuire al programma stesso un significato di "selezione" e certe intenzioni politiche che portano molto lontano. Ci si può anche aspettare che la classe studentesca non receda da queste posizioni anche quando si sarà ripetutamente spiegato che esse non ci sono ed anche quando si saranno date garanzie concrete sulla impossibilità di utilizzare questo programma in sede di "selezione". Riteniamo tuttavia che un programma cosiffatto possa essere offerto a chi del tutto volontariamente voglia utilizzarlo e quindi possa anche servire per saggiare la possibilità di giudizio dei criteri abituali di esame del rendimento scolastico degli studenti e la validità dei test psicologici, che sono stati finora - a quanto sembra - elaborati quasi esclusivamente da psicologi, forse senza tener conto della esperienza dei matematici.